


## The Stochastic Model for Queue Simulation

**Rektor Sianturi**

*Universitas HKBP Nommensen Pematangsiantar, Indonesia*

 [rektor.sianturi@uhnp.ac.id](mailto:rektor.sianturi@uhnp.ac.id)

### Abstract

The stochastic model for queue simulation can be defined as a model that can explain the nature of the system in probability, with data or information entering as input of random probability and the output that can be generated is also random. This stochastic model is often also used to model multiple probabilities or Monte Carlo. In stochastic processes, the properties of the outcomes are formed from a random selection process, so that the outcomes obtained can be described in terms of averaged counts, but are often also reinforced by the concept or trend of significant increase. Models based on the probability of an event occurring and taking into account the concept of uncertainty are often represented by probabilistic models or stochastic models. Stochastic models are used to model queuing systems that have variations in the process, such as manufacturing systems that use random variables to model the range. This stochastic model is used to predict the performance of queuing systems that have variations in the process, such as the application of the M / M / 1 queuing model to the vehicle queuing system at the northern ringroad three intersection to predict the level of busyness on the east and west arms. The contribution of this research is that stochastic models can also be used to analyze and optimize complex business processes by considering random factors that affect the system. The application of stochastic models in supply chain management allows companies to more accurately estimate customer demand and optimize inventory. In addition, stochastic models can be used in financial risk analysis to evaluate various investment scenarios and help make better decisions. The use of stochastic models in the service industry can help improve operational efficiency by predicting customer arrival patterns and optimizing resource allocation. In the context of urban planning, stochastic models can be applied to analyze traffic patterns and design more effective transportation infrastructure.

**Keywords:** Queue Simulation, Stochastic Model, Queuing Systems

### ARTICLE INFO

#### Article history:

Received

November 19,  
2024

Revised

January 19, 2025

Accepted

February 26, 2025

**Published by**  
**Website**

ISSN

**Copyright**



CV. Creative Tugu Pena

<https://attractivejournal.com/index.php/bpr/>

2775-2305

This is an open access article under the CC BY SA license

<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>

@ 2025 by Rektor Sianturi

## PENDAHULUAN

Teori antrian adalah bagian khusus dari teori stokastik dan memiliki aplikasi yang luas dalam kehidupan sehari-hari, baik skala kecil maupun besar. Sistem antrian mencakup pelanggan yang kedatangan nya dengan perubahan tetap atau pun berbeda-beda untuk memperoleh layanan pada suatu fasilitas layanan, dan terbentuk yang mana terdapat banyaknya yang akan dilayani dapat melebihi kapasitas layanan yang tersedia. Masalah antrian dalam kehidupan sehari-hari dapat diatasi dengan berbagai pendekatan, seperti model pembiayaan, model tingkat aspirasi, dan model ideal terlantar. Model ideal terlantar bertujuan untuk meminimalkan waktu tunggu pelanggan sambil mengoptimalkan utilitas pelayanan dan meminimalkan biaya operasional. Penelitian ini bertujuan untuk membandingkan dan menganalisis kinerja serta karakteristik Penerapan

model simulasi antrian untuk memprediksi kinerja lampu lalu lintas di simpang tiga ringroad utara, khususnya pada jam sibuk. Analisis sistem antrian dalam mengoptimalkan pelayanan sangat penting dalam meningkatkan kualitas pelayanan dan mengurangi kemacetan, seperti pada penelitian yang dilakukan oleh Vandaele, Woensel, dan Verbruggen (2000) yang membahas tentang penerapan model antrian untuk mengurangi kemacetan pada lampu lalu lintas. Model stokastik digunakan untuk memprediksi dan mengoptimalkan sistem antrian, serta untuk mengurangi kemacetan dan meningkatkan kualitas pelayanan.

Latar belakang penelitian ini didasari oleh kebutuhan akan metode analisis yang lebih canggih dalam mengelola antrian, terutama di lingkungan bisnis dan pelayanan publik. Dengan semakin kompleksnya perilaku pelanggan dan variasi permintaan layanan, diperlukan pendekatan yang dapat mengakomodasi variabilitas tersebut dengan lebih akurat. Oleh karena itu, penelitian mengenai model stokastik untuk simulasi antrian menjadi relevan karena dapat memberikan pemahaman yang lebih dalam tentang antrian, serta memungkinkan pengembangan strategi yang lebih efektif dalam meminimalkan waktu tunggu dan meningkatkan kualitas layanan. Tujuan utama dari penelitian ini adalah untuk mengembangkan model stokastik yang dapat digunakan untuk mensimulasikan perilaku antrian dalam berbagai konteks, baik dalam skala kecil maupun besar. Dengan demikian, penelitian ini akan menghasilkan kontribusi berupa metode analisis yang lebih komprehensif dalam memahami antrian serta memberikan dasar untuk pengambilan keputusan yang lebih baik dalam manajemen antrian. Selain itu, tujuan lainnya adalah untuk mengevaluasi kinerja sistem antrian berdasarkan hasil simulasi yang diperoleh dari model stokastik yang dikembangkan.

Didorong oleh perkembangan ilmu komputer, melakukan simulasi antrian dengan kompleksitas tinggi telah menjadi tidak bermasalah dalam beberapa tahun terakhir. Namun, analisis model, seperti menghitung fungsi distribusi tertentu yang diberikan suatu model, masih sulit untuk model yang rumit. Meskipun fokus dan cakupannya agak berbeda, telah ada upaya untuk mengambil hasil dari model antrian untuk tujuan di luar analisis waktu tunggu. Sebagian besar audit kompleks terkonsentrasi di sekitar distribusi  $W$ , dan topik audit secara kasar mirip dengan setiap model rumit mengenai  $W$ . Pemodelan stokastik adalah metodologi utama dalam analisis antrian yang memungkinkan formulasi dan solusi sistem rekursif yang dapat diatur yang mengatur evolusi sistem. Namun, untuk memungkinkan pemodelan antrian dan sistem terkait yang serbaguna, sering kali model yang tersedia menggeneralisasi model dasar, mungkin dibentuk oleh analisis sekunder dari model yang lebih "memenuhi syarat" mengingat kueri. Menggabungkan fitur-fitur ini ke dalam analisis model stokastik tidaklah mudah dan tentu saja di luar cakupan hasil antrian klasik. Peningkatan ketersediaan simulasi antrian memungkinkan, bagaimanapun, untuk ketahanan dan efisiensi audit simulasi, yang telah memotivasi kebangkitan terbatas model antrian dalam literatur antrian. Ada pun yang menjadi permasalahan yang muncul adalah:

1. Bagaimana karakteristik dari model stokastik yang digunakan dalam simulasi antrian, termasuk parameter waktu dan ruang state?
2. Metode simulasi apa yang paling tepat untuk diterapkan dalam konteks antrian.

Pendekatan pemecahan masalah dari latar belakang masalah diatas adalah menggunakan model antrian  $M/M/1$ . Model ini digunakan untuk menganalisis sistem antrian pada simpang tiga ringroad utara di Yogyakarta, dengan fokus pada analisis sistem antrian pada waktu yang rawan terjadi penumpukan kendaraan. Model  $M/M/1$  ini menggunakan teori antrian untuk menganalisis sistem antrian pada waktu yang rawan dapat terjadi tumpukan kendaraan, dengan tujuan untuk mengurangi atau mencegah tumpukan kendaraan pada lampu lalu lintas. Model  $M/M/1$  ini dapat mengadopsi model antrian jalur tunggal dengan kedatangan pelanggan mengikuti distribusi Poisson dan waktu pelayanan yang konstan. Berkat waktu pelayanan yang tetap ini, metrik kinerja

seperti panjang antrian rata-rata ( $L_q$ ), waktu tunggu rata-rata dalam antrian ( $W_q$ ), jumlah pelanggan rata-rata dalam sistem ( $L_s$ ), dan waktu tunggu rata-rata dalam sistem ( $W_s$ ) cenderung lebih rendah dibandingkan dengan model antrian jalur tunggal dengan waktu pelayanan bervariasi (Model A) (Aji and Bodroastuti, 2012; Sari et al., 2017).

Beberapa metode antrian yang dapat digunakan adalah sebagai berikut:

- a. **M/M/1 Model:** M/M/1 model adalah model antrian yang paling sederhana dan paling umum digunakan. Model ini memperkirakan waktu tunggu dan probabilitas antrian untuk sistem dengan satu server, dimana  $M$  mewakili jumlah pelanggan yang datang ke sistem dan  $M$  mewakili jumlah pelanggan yang sedang menunggu.
- b. **M/M/c Model:** M/M/c model adalah model antrian yang lebih kompleks daripada M/M/1 model. Model ini memperkirakan waktu tunggu dan probabilitas antrian untuk sistem dengan lebih dari satu server, dimana  $c$  mewakili jumlah server yang tersedia.
- c. **M/G/1 Model:** M/G/1 model adalah model antrian yang memperkirakan waktu tunggu dan probabilitas antrian untuk sistem dengan satu server, dimana  $G$  mewakili distribusi waktu tunggu yang tidak beraturan.
- d. **M/G/c Model:** M/G/c model adalah model antrian yang memperkirakan waktu tunggu dan probabilitas antrian untuk sistem dengan lebih dari satu server, dimana  $G$  mewakili distribusi waktu tunggu yang tidak beraturan.
- e. **M/D/1 Model:** M/D/1 model adalah model antrian yang memperkirakan waktu tunggu dan probabilitas antrian untuk sistem dengan satu server, dimana  $D$  mewakili distribusi waktu tunggu yang beraturan.
- f. **M/D/c Model:** M/D/c model adalah model antrian yang memperkirakan waktu tunggu dan probabilitas antrian untuk sistem dengan lebih dari satu server, dimana  $D$  mewakili distribusi waktu tunggu yang beraturan.
- g. **M/E<sub>k</sub>/1 Model:** M/E<sub>k</sub>/1 model adalah model antrian yang memperkirakan waktu tunggu dan probabilitas antrian untuk sistem dengan satu server, dimana  $E_k$  mewakili distribusi waktu tunggu yang tidak beraturan.
- h. **M/E<sub>k</sub>/c Model:** M/E<sub>k</sub>/c model adalah model antrian yang memperkirakan waktu tunggu dan probabilitas antrian untuk sistem dengan lebih dari satu server, dimana  $E_k$  mewakili distribusi waktu tunggu yang tidak beraturan.
- i. **M/H<sub>2</sub>/1 Model:** M/H<sub>2</sub>/1 model adalah model antrian yang memperkirakan waktu tunggu dan probabilitas antrian untuk sistem dengan satu server, dimana  $H_2$  mewakili distribusi waktu tunggu yang tidak beraturan.
- j. **M/H<sub>2</sub>/c Model:** M/H<sub>2</sub>/c model adalah model antrian yang memperkirakan waktu tunggu dan probabilitas antrian untuk sistem dengan lebih dari satu server, dimana  $H_2$  mewakili distribusi waktu tunggu yang tidak beraturan (Manik et al., 2024).

Adapun yang menjadi kebaruan penelitian ini adalah:

- a. **Penggunaan Model Stokastik dalam Simulasi Antrean:** Model stokastik digunakan dalam simulasi antrean untuk memprediksi perilaku sistem antrean yang kompleks dan dinamis.
- b. **Analisis Kinerja Sistem Antrean:** Analisis kinerja sistem antrean menggunakan model stokastik dapat membantu dalam mengetahui tingkat kegunaan dari bagian layanan, jumlah rata-rata pelanggan dalam sistem, dan jumlah rata-rata pelanggan dalam antrean.
- c. **Simulasi Sistem Antrean:** Simulasi sistem antrean menggunakan model stokastik dapat membantu dalam mengetahui perilaku sistem antrean yang kompleks dan dinamis, serta membantu dalam menentukan strategi pelayanan yang efektif

Berikut adalah tahapan yang dapat diikuti dalam penelitian ini:

1. **Pengumpulan Data:** Pengumpulan data tentang antrian di loket-loket yang akan disimulasikan, termasuk data tentang waktu kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan.

2. Analisis Sistem Antrian: Analisis sistem antrian yang terjadi di loket-loket tersebut, termasuk analisis tentang distribusi waktu kedatangan dan waktu pelayanan, serta analisis tentang ukuran steady state dan distribusi Poisson dan eksponensial.
3. Pengembangan Model Stokastik: Pengembangan model stokastik yang dapat menggambarkan proses antrian yang terjadi di loket-loket tersebut. Model ini harus dapat mengakomodasi variabel-variabel acak yang terkait dengan proses antrian, seperti waktu kedatangan pelanggan dan waktu pelayanan.
4. Implementasi Model Stokastik: Implementasi model stokastik yang telah dikembangkan ke dalam simulasi menggunakan metode Monte Carlo atau simulasi deterministik.
5. Uji Kinerja Model: Uji kinerja model stokastik yang telah diimplementasikan melalui simulasi, termasuk uji distribusi kedatangan dan pelayanan, serta uji kesesuaian distribusi simulasi dengan data yang diperoleh dari sistem nyata.
6. Simulasi digunakan untuk mengukur kinerja sistem antrian berdasarkan metrik seperti panjang antrian rata-rata, waktu tunggu rata-rata, dan utilisasi server.
7. Pengembangan Skenario Perbaikan: Pengembangan skenario perbaikan untuk sistem antrian yang disimulasikan, termasuk pengembangan skenario tentang penambahan loket-loket atau peningkatan efisiensi pelayanan.

Uji Kesesuaian Skenario: Uji kesesuaian skenario perbaikan yang telah dikembangkan dengan data yang diperoleh dari sistem nyata, serta evaluasi tentang kinerja sistem antrian yang disimulasikan setelah diterapkan skenario perbaikan.

Teori antrean telah berkembang menjadi disiplin ilmu yang memiliki kedudukan dan penerapan fisik sejak publikasi makalah penting oleh Erlang pada awal abad ini (Saini dkk, 2024). Dengan kemajuan komputer dan program komputer terkini, seseorang kini dapat mensimulasikan perilaku sistem kompleks menurut distribusi probabilitas yang diketahui. Namun, hampir tidak ada penyelidikan sistem antrean kompleks yang telah diselesaikan dengan simulasi yang dikontrol secara cermat. Sejumlah makalah telah ditulis yang menyelidiki kasus khusus dari beberapa sistem antrean, tetapi secara umum, asumsi tersebut membuat sistem itu sendiri terlalu sederhana untuk menjadi menarik dalam konteks saat ini. Oleh karena itu, masalahnya adalah untuk secara akurat menggambarkan sistem antrean kompleks sehingga dapat disimulasikan dan perilaku sistem dianalisis. Masalah ini akan ditangani dengan analisis literatur untuk menentukan apa yang telah ditemukan atau diasumsikan benar tentang sifat-sifat model antrean. Sebelum teknik simulasi dapat diuraikan, pertama-tama perlu untuk membahas latar belakang penelitian dan untuk menyelidiki apa yang telah dilakukan sebelumnya di bidang model antrean. Ketika teori antrean menjadi cabang Teori Probabilitas Terapan yang diakui, teori ini didekati baik dari sudut pandang probabilitas analitis maupun dari perspektif pemodelan. Suatu sistem diamati dan diukur, dan proses kedatangan dan layanan acak diasumsikan untuk memodelkan perilaku sistem. Dengan menggunakan fungsi pembangkit probabilitas, dimungkinkan untuk menentukan ukuran sistem yang diharapkan, seperti jumlah rata-rata kendaraan dalam sistem, panjang antrean rata-rata, keterlambatan kendaraan rata-rata, dan sebagainya. Dari ukuran-ukuran ini, diharapkan untuk menentukan konfigurasi sistem yang diperlukan untuk mengakomodasi masukan stokastik dengan sebaik-baiknya dan dengan demikian mengurangi masalah penantian. Dengan demikian, teori antrean analitis merupakan metodologi apriori untuk menentukan berbagai ukuran sistem. Pendekatan alternatif untuk teori antrean analitis adalah pembuatan model. Perilaku model-model ini kemudian diamati sering kali dalam bentuk tertutup, dan ukuran sistem kemudian ditentukan kemudian. Dengan demikian, teori antrean dari perspektif pemodelan merupakan pemeriksaan a posteriori sistem, mengamati perilaku acak sistem layanan di berbagai titik. Dari pengalaman yang diperoleh dan diamati, ukuran sistem kemudian disimpulkan.

### **Landasan Teori**

## 1. Pengertian Antrian

Sesuai dengan konsep Elalouf & Wachtel (2021), antrian merupakan suatu kondisi di mana pelanggan harus menunggu untuk mendapatkan layanan yang mereka butuhkan (Emenonye & Ehiwario, 2022; Di Pumpo et al., 2022; Amjath et al., 2024). Sistem antrian dapat diklasifikasikan berdasarkan berbagai kriteria. Hillier dan Lieberman mengklasifikasikan sistem antrian menjadi tiga kategori utama:

- a. Sistem pelayanan komersial: Meliputi bisnis ritel seperti restoran, toko, dan salon.
- b. Sistem pelayanan bisnis-industri: Termasuk lini produksi, gudang, dan sistem informasi.
- c. Sistem pelayanan sosial: Meliputi layanan publik seperti rumah sakit, kantor pos, dan instansi pemerintahan (Fitri, 2009; Utami, 2013).

## 2. Unsur-Unsur Dasar Antrian

Unsur-Unsur yang membentuk sistem antrian adalah:

### a. Kedatangan

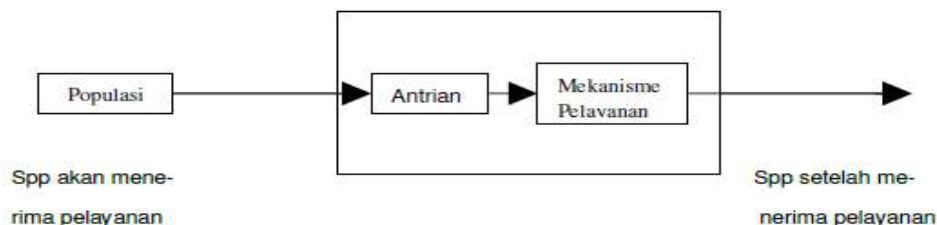
Sistem antrian dapat melibatkan kedatangan yang bersifat acak, baik dalam hal jumlah maupun waktu (Guillemain et al., 2020). Jumlah kedatangan yang bervariasi ini merupakan contoh variabel acak diskrit. Sementara itu, waktu antara dua kedatangan merupakan contoh variabel random kontinu. Variabel random adalah besaran yang hasilnya dapat bervariasi secara tidak pasti dalam suatu percobaan.

### b. Pelayanan

Sistem antrian dapat mencakup satu ataupun lebih saluran pelayanan. Saluran pelayanan ini bisa berupa loket, pintu tol, atau fasilitas pelayanan lainnya. Jumlah dan jenis saluran pelayanan akan memengaruhi kinerja sistem antrian secara keseluruhan.

### c. Antri

Keberadaan antrian dalam suatu sistem sangat dipengaruhi oleh pola kedatangan pelanggan dan kemampuan sistem dalam memberikan pelayanan. Jika kapasitas pelayanan melebihi jumlah kedatangan, maka tidak akan terjadi antrian (Boxma et al., 2019; Shone et al., 2021).



**Gambar 1. Proses dasar antrian**

Disiplin antrian adalah aturan yang mengatur urutan pelayanan pelanggan. Beberapa jenis disiplin antrian yang umum adalah:

1. FCFS: Pelanggan yang datang terlebih dahulu dilayani. (misal, antrian di kasir).
2. LCFS: Pelanggan yang datang terakhir terlebih dahulu dilayani. (misal, tumpukan piring kotor).
3. SIRO: Pelanggan dipilih secara acak (misal, undian berhadiah).
4. PS: Pelanggan dengan prioritas tinggi dilayani lebih dulu (misal, pasien darurat).

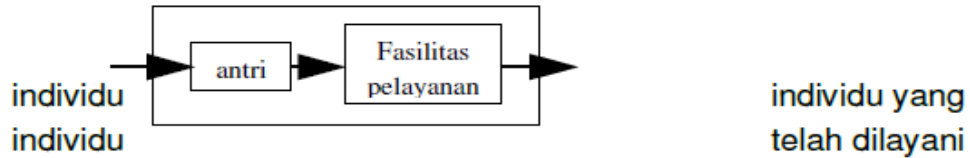
Dalam sistem antrian, tidak semua entitas akan tetap berada dalam antrian hingga dilayani. Beberapa entitas dapat melakukan pengingkaran, yaitu meninggalkan antrian sebelum dilayani. Selain itu, ada juga yang melakukan penolakan, yaitu menolak untuk bergabung dalam antrian. Faktor-faktor seperti panjang antrian dan waktu tunggu dapat memengaruhi keputusan entitas untuk melakukan pengingkaran atau penolakan (Tannady, 2013; MZ et al., 2019; Ameur & Bachioua, 2021).

### 3. Struktur Antrian

Berikut model struktur antrian dasar terjadi secara umum dalam seluruh sistem antrian:

#### a. Single Channel – Single Phase

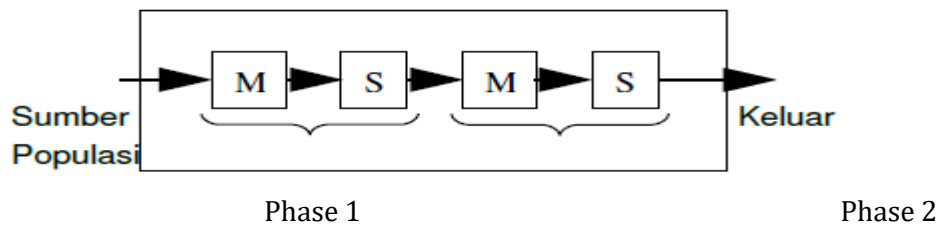
Sistem antrian saluran tunggal fase tunggal memiliki satu jalur pelayanan dan satu tahap pelayanan. Misalnya, loket pembayaran tunggal di sebuah toko.



**Gambar . Model Single Channel – Single Phase**

#### b. Single Channel – Multi Phase

Sistem antrian saluran tunggal multi fase memiliki satu jalur antrian tetapi terdiri dari beberapa tahap pelayanan yang harus dilalui secara berurutan. Misalnya, Proses pencucian mobil, yang akan melalui beberapa tahap seperti pencucian, pengeringan, dan waxing.

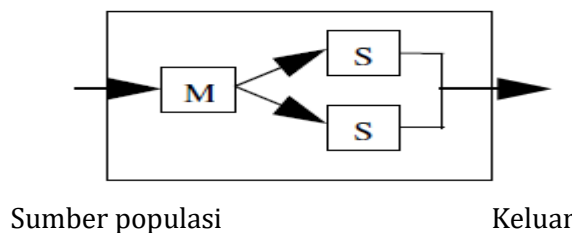


Keterangan:  
M = Antrian  
S = Pelayanan

**Gambar 3. Model Single Channel – Multi Phase**

#### c. Multi Channel – Single Phase

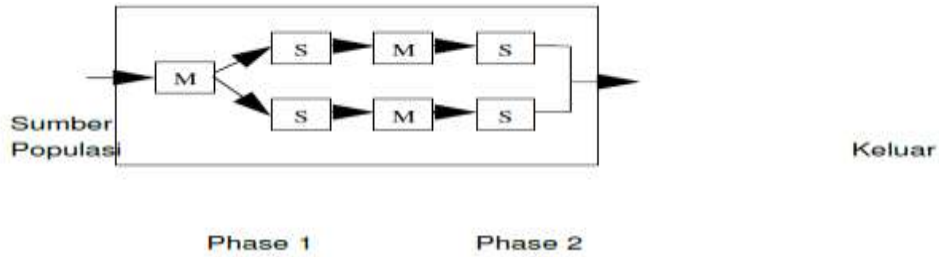
Sistem antrian multi-saluran fase tunggal memiliki beberapa loket pelayanan yang dilayani oleh satu antrian. Misalnya, pada antrian di kasir supermarket, pelanggan dapat memilih salah satu kasir yang tersedia, meskipun semua pelanggan mengantre dalam satu baris.



**Gambar 4. Model Multi Channel – Single Phase**

#### d. Multi Channel – Multi Phase

Sistem antrian multi-saluran multi-fase memiliki beberapa loket pelayanan di setiap tahap proses. Contohnya, pendaftaran mahasiswa baru di universitas melibatkan beberapa tahap, seperti verifikasi berkas, pembayaran, dan perkuliahan (Talukdar et al., 2021; Prakoso et al., 2023).



**Gambar 5. Model Multi Channel – Multi Phase**

#### 4. Prosedur Pelayanan

Berikut aspek yang dapat disimak dalam prosedur pelayanan, yaitu:

a. Tersedianya pelayanan

Mekanisme pada pelayanan selalu tidak tersedia. Misalnya di bioskop, loket penjualan tiket hanya buka pada jam-jam tertentu sebelum film dimulai. Fasilitas penjualan tiket bioskop bersifat sementara dan tidak beroperasi 24 jam. Keterbatasan waktu pelayanan di loket bioskop dapat menyebabkan antrian panjang atau bahkan membuat penonton tidak kebagian tiket. Jam operasional loket bioskop terbatas, hanya dapat dibuka pada waktu-waktu tertentu sebelum setiap pertunjukan.

b. Kapasitas pelayanan

Kapasitas pelayanan suatu sistem diukur berdasarkan jumlah pelanggan yang dapat dilayani secara simultan. Kapasitas ini bisa bersifat tetap atau bervariasi tergantung pada berbagai faktor. Fasilitas pelayanan dapat memiliki satu atau lebih saluran pelayanan, sehingga dikenal sistem pelayanan tunggal atau ganda.

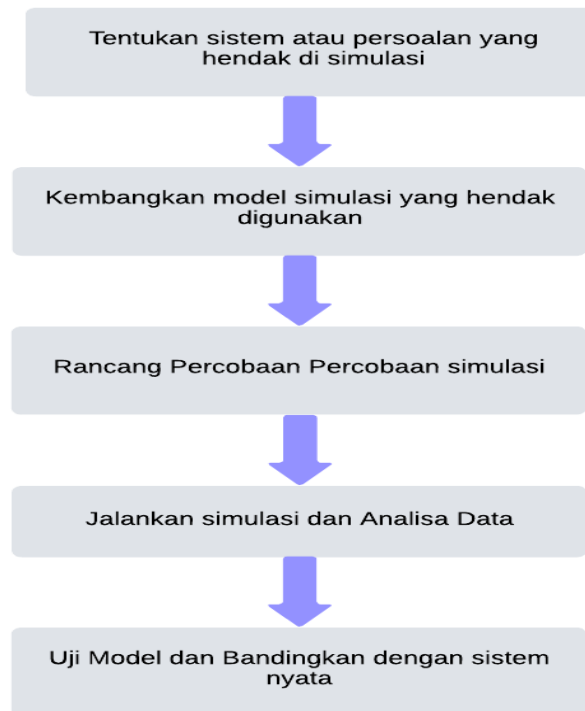
c. Lamanya pelayanan

Waktu pelayanan atau durasi pelayanan adalah waktu yang dibutuhkan untuk melayani satu pelanggan. Waktu ini bisa konsisten atau bervariasi untuk setiap pelanggan. Dalam banyak kasus, waktu pelayanan dianggap sebagai waktu yang tidak tetap dan tidak bergantung pada faktor lain seperti waktu kedatangan pelanggan (Pardede et al., 2013; Aziz et al., 2022).

### METODE PENELITIAN

#### Desain Penelitian

Metode penelitian yang digunakan adalah deskriptif kualitatif. Metode ini digunakan untuk menggambarkan sistem antrian yang kompleks dan memprediksi perilaku antrian di masa depan. Simulasi stokastik menggunakan variabel probabilistik dan memperkirakan perilaku antrian berdasarkan distribusi probabilitas yang diperkirakan. Pendekatan ini memungkinkan peneliti untuk memahami dinamika antrian dengan lebih mendalam dan mengidentifikasi faktor-faktor yang mempengaruhi efisiensi sistem. Melalui simulasi stokastik, berbagai skenario dapat diuji untuk mengoptimalkan manajemen antrian dan meningkatkan kepuasan pelanggan. Hasil dari metode ini dapat memberikan wawasan berharga bagi pengambil keputusan dalam merancang strategi pengelolaan antrian yang lebih efektif. Dalam penelitian ini, simulasi stokastik digunakan untuk mengoptimalkan pelayanan pada sistem antrian, seperti pada penelitian "Analisis Sistem Antrian dalam Mengoptimalkan Pelayanan" yang menggunakan model antrian M/M/1 untuk mengoptimalkan pelayanan pada sistem antrian. Simulasi stokastik juga dapat digunakan untuk menganalisis skenario "what-if" dan mengevaluasi dampak perubahan parameter pada kinerja sistem antrian. Dengan mengintegrasikan data historis dan prediksi pola kedatangan pelanggan, model simulasi dapat memberikan estimasi yang lebih akurat tentang waktu tunggu dan panjang antrian. Pendekatan ini memungkinkan manajer operasional untuk mengambil keputusan yang lebih informed dalam mengalokasikan sumber daya dan merencanakan kapasitas layanan.



**Gambar 6. Diagram Alur Penelitian.**

1. Tentukan sistem atau persoalan yang hendak disimulasi  
Analisis sistem, pengumpulan data, diagram alir, model konseptual, dan matriks keputusan.
2. Kembangkan model simulasi yang hendak digunakan  
Definisi sistem, pengumpulan data, pemilihan software simulasi, pembuatan model konseptual, implementasi model, verifikasi model, eksperimen simulasi dan analisis hasil.
3. Rancang percobaan percobaan simulasi  
Tentukan tujuan simulasi, indentifikasi faktor-faktor yang dipengaruhi, desain percobaan, tentukan tingkat faktor, refleksi dan analisis data.
4. Jelaskan simulasi dan analisis data  
Tahapan simulasi, metode analisis data dan software simulasi.
5. Uji model dan bandingkan dengan sistem nyata  
Verifikasi model, validasi model, teknik validasi dan jenis kesalahan alam model

### **Metode Pengumpulan Data**

Data transaksional dari sistem antrean adalah waktu kedatangan yang tercatat dari setiap kedatangan (tidak termasuk kedatangan pelanggan pertama) dan waktu dimulainya layanan dan selesainya layanan yang tercatat untuk setiap pelanggan yang dilayani. Untuk waktu penyelesaian layanan tertentu, waktu tersebut berkaitan dengan waktu layanan pelanggan yang datang atau waktu kedatangan ke sistem pelanggan yang datang. Perilaku antrean diamati sebagai hasil dari urutan kedatangan pelanggan. Akan tetapi, urutan kedatangan tidak sepenuhnya tersedia, dengan demikian, pembahasan mengenai kedatangan mengacu pada kedatangan yang diamati dalam data, yang waktu dimulainya layanan dan selesainya layanan tersedia. Properti urutan kedatangan bisa sangat menipu. Misalnya, menggunakan waktu kedatangan yang tercatat dan beberapa informasi tambahan, seperti plot urutan waktu kedatangan pelanggan, alih-alih waktu penyelesaian

layanannya, untuk antrean M/M/1 akan memberikan interpretasi yang salah bahwa ruang antrean mulai terisi setelah 400 unit waktu sejak dimulainya perekaman data. Di sisi lain, penghitungan jumlah pelanggan yang saat ini berada dalam sistem setelah peristiwa penyelesaian layanan merupakan tugas yang sulit, jika tidak mustahil, tanpa mengetahui urutan kedatangan secara tepat. Dengan menggunakan data transaksional, jika urutan kedatangan diurutkan berdasarkan waktu, interpretasi di atas dikoreksi. Artinya, dapat disimpulkan dari data transaksional bahwa pelanggan harus menunggu selama jangka waktu yang ditentukan hingga dilayani.

Secara umum, data transaksional diterima dalam urutan acak dan keliru dalam menentukan waktu kedatangan dan penyelesaian layanan. Pertimbangan lebih lanjut tanpa mengetahui waktu layanan untuk setiap pelanggan yang dilayani tidak akan mencerminkan urutan asli transaksi dan hanya merupakan waktu kejadian dalam garis waktu yang berbeda ditambah fakta bahwa transaksi tersebut terkait dengan kejadian penyelesaian layanan. Artinya, aliran transaksi yang luas yang diurutkan berdasarkan waktu harus mengenali pasangan yang benar dari inisiasi dan penghentian layanan untuk pelanggan yang diurutkan secara acak. Salah satu cara untuk menghilangkan ambiguitas data adalah dengan mempertimbangkan perbedaan waktu antara pasangan inisiasi dan penghentian untuk pelanggan tertentu yang dilayani dalam transaksi yang diurutkan dengan benar (yang mungkin terjadi bersamaan). Mengingat perbedaan tersebut adalah nol atau positif, aturan prioritas menyatakan bahwa inisiasi layanan untuk pelanggan yang baru saja tiba menandainya untuk layanan berikutnya dan diizinkan untuk bergabung dalam antrean.

### **Metode Analisis Data**

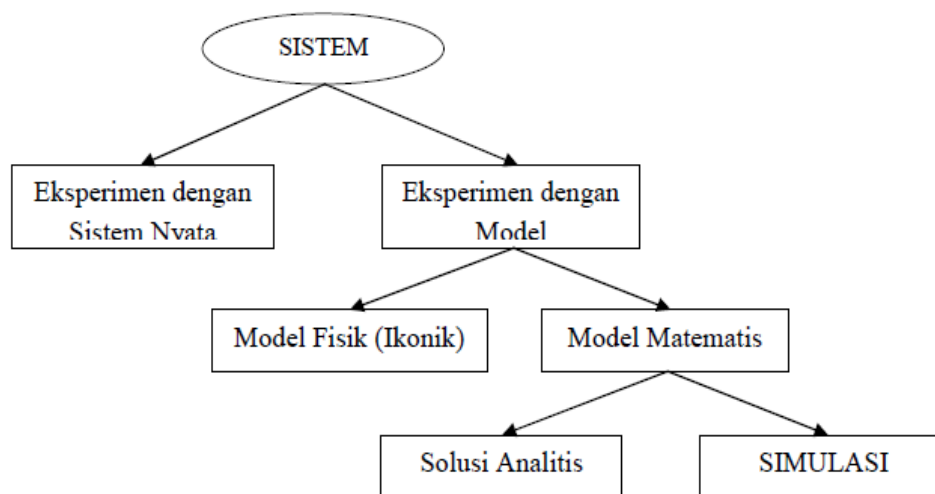
Metode yang digunakan dalam penelitian untuk menganalisis data disebut metode Basis Data Historis. Ini adalah metode yang digunakan dalam analisis simulasi. Metode ini mengumpulkan data pada antrean yang akan disimulasikan dan menambahkannya ke dalam berkas yang disebut basis data, kemudian menganalisis data menggunakan perangkat statistik yang tersedia. Karena toko tersebut berada di negara berkembang, penelitian ini melakukan analisis untuk melihat apa yang sebaiknya dilakukan pada sistem antrean toko. Pertama-tama, jenis layanan yang dilakukan di toko dikumpulkan, dan jenis layanan untuk antrean dipilih. Data yang akan digunakan selama satu hari dikumpulkan, yang mencakup kedatangan dan saluran layanan yang terlibat, waktu yang dihabiskan untuk layanan oleh setiap pelanggan dalam antrean, dan waktu yang dihabiskan pelanggan dalam antrean. Setelah data dikumpulkan, waktu layanan dan kedatangan internal diperoleh, dan distribusi yang sesuai dengan data aktual memediasi hal ini. Di antara kesimpulan yang dicapai adalah bahwa waktu antar kedatangan mengikuti distribusi eksponensial, distribusi yang sesuai dengan data aktual yang memediasi antrean memang ada, tetapi ada masalah penyesuaian. Waktu pemrosesan server mengikuti distribusi normal, dan tingkat pemanfaatan yang tinggi diamati untuk kasir, terutama karena pelanggan membentuk antrean panjang saat keluar. Secara umum, ditemukan bahwa fungsi layanan secara objektif memerlukan penyetelan ke antrean standar yang menampilkan keluaran stokastik saat digunakan sepenuhnya. Ketika praktik model antrean dibandingkan dengan data aktual, terlihat adanya kebutuhan untuk mencocokkan kinerja waktu nyata. Terakhir, karena komponen antrean selama desain menonjol, toko akan memperoleh keunggulan kompetitif jika bekerja pada komponen yang sudah menjanjikan untuk mengurangi antrean dengan cepat.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### 1. Pengertian Simulasi

Simulasi adalah alat yang berguna untuk mengevaluasi berbagai keputusan dan strategi sebelum diterapkan pada sistem nyata (Kiangala and Wang, 2021). Dengan simulasi, kita dapat mengidentifikasi potensi masalah dan peluang yang mungkin terjadi.

Simulasi adalah teknik serbaguna yang dapat digunakan untuk memodelkan berbagai macam sistem, bahkan ketika metode lain gagal (Schroeder, 1997 in Gamarnik, 2021). Pemodelan simulasi, seperti metode analitis lainnya, membutuhkan pemahaman mendalam tentang sistem yang sedang dipelajari. Pendekatan sistematis sangat penting dalam memecahkan masalah kompleks. Tujuan pemodelan adalah untuk memperoleh pemahaman yang lebih baik tentang sistem dan berbagai perilaku yang mungkin terjadi (Bychkov et al., 2021).



Gambar 7. Klasifikasi Sistem

### 2. Kekurangan dan Kelebihan Metode Simulasi

Beberapa Kelebihan dari Metode Simulasi antara lain:

- Fleksibilitas:** Simulasi dapat digunakan untuk memodelkan berbagai jenis sistem, dari yang sederhana hingga yang sangat kompleks, dan dapat disesuaikan dengan berbagai skenario.
- Eksperimen tanpa risiko:** Dengan simulasi, kita dapat melakukan eksperimen tanpa harus mengubah sistem nyata. Ini sangat berguna terutama untuk sistem yang mahal atau berbahaya untuk diubah.
- Pemahaman yang lebih mendalam:** Simulasi memungkinkan kita untuk melihat bagaimana sistem bekerja dari dalam, sehingga kita dapat memperoleh pemahaman yang lebih baik tentang perilaku sistem.
- Prediksi:** Simulasi dapat digunakan untuk memprediksi hasil dari perubahan pada sistem, sehingga kita dapat membuat keputusan yang lebih baik.
- Visualisasi:** Banyak perangkat lunak simulasi menyediakan visualisasi yang interaktif, sehingga memudahkan kita untuk memahami hasil simulasi.
- Penghematan biaya:** Dalam jangka panjang, simulasi dapat menghemat biaya karena dapat membantu menghindari kesalahan yang mahal dan mengoptimalkan proses.

Beberapa Kekurangan dari Metode Simulasi antara lain:

- a. Model yang tidak sempurna: Keakuratan hasil simulasi sangat bergantung pada kualitas model yang digunakan. Jika model tidak akurat, maka hasil simulasi juga tidak akan akurat.
- b. Waktu komputasi: Simulasi sistem yang kompleks dapat membutuhkan waktu komputasi yang lama, terutama jika dilakukan dengan resolusi tinggi.
- c. Ketergantungan pada data: Simulasi membutuhkan data yang akurat untuk menghasilkan hasil yang valid. Jika data yang digunakan tidak lengkap atau tidak akurat, maka hasil simulasi juga akan terpengaruh.
- d. Kompleksitas: Membangun dan menjalankan simulasi dapat menjadi tugas yang kompleks, terutama untuk sistem yang besar dan kompleks.
- e. Biaya pengembangan: Pengembangan model simulasi membutuhkan waktu dan sumber daya yang cukup besar.

Adapun dasar yang dapat mendukung pembahasan di atas adalah sebagai berikut :

- a. Simulasi menawarkan sejumlah keunggulan dibandingkan model analitik.
- b. Simulasi dapat mengatasi permasalahan yang tidak dapat dipecahkan oleh model analitik.
- c. Simulasi mampu merepresentasikan sistem nyata dengan lebih akurat karena tidak terikat pada asumsi yang terlalu ketat.
- d. Simulasi memungkinkan eksperimen dengan berbagai skenario untuk melihat dampak perubahan pada sistem.
- e. Simulasi seringkali lebih ekonomis dibandingkan dengan melakukan eksperimen langsung.
- f. Simulasi merupakan alat pembelajaran yang efektif untuk memahami perilaku sistem yang kompleks.
- g. Simulasi juga memungkinkan analisis mendalam terhadap sistem multidimensi dalam rentang waktu tertentu.

Akan tetapi, model simulasi juga mempunyai kekurangan, yaitu:

- a. Simulasi lebih bersifat eksploratif daripada preskriptif. Alih-alih memberikan solusi langsung, simulasi membantu kita mengevaluasi berbagai alternatif solusi.
- b. Pengembangan model simulasi yang kompleks membutuhkan investasi waktu dan sumber daya yang signifikan.
- c. Simulasi paling efektif dalam memodelkan sistem yang kompleks dan dinamis, terutama yang melibatkan ketidakpastian. (Sugito et al., 2017; Pardede, 2018).

### 3. Model Simulasi

Beberapa Model simulasi, antara lain:

- a. Model Stokastik atau Probabilitas  
Model stokastik menggunakan pendekatan probabilitas untuk menggambarkan sistem yang dipengaruhi oleh faktor-faktor secara random. Model ini sering disebut juga sebagai model Monte Carlo. Hasil dari model stokastik bersifat acak, sehingga output yang dihasilkan dapat berupa nilai rata-rata atau distribusi probabilitas. Model probabilistik atau stokastik adalah model yang secara eksplisit memperhitungkan ketidakpastian dalam sistem.
- b. Model Deterministik  
Model deterministik sering digunakan dalam bidang fisika klasik, di mana hubungan antara variabel-variabel dapat dinyatakan dengan persamaan yang pasti. Namun, dalam sistem yang kompleks seperti sistem sosial atau ekonomi, model stokastik seringkali lebih sesuai karena adanya banyak faktor ketidakpastian yang mempengaruhi hasil.
- c. Model Dinamik  
Model dinamik sangat berguna untuk menganalisis sistem yang kompleks seperti sistem ekonomi, ekologi, atau lalu lintas. Model ini memungkinkan kita untuk

memprediksi bagaimana perubahan pada satu variabel akan berdampak pada variabel lainnya dalam jangka waktu tertentu.

d. Model Statik

Model statik sering digunakan untuk menganalisis data historis atau data pada suatu titik waktu tertentu. Misalnya, data sensus penduduk pada tahun tertentu dapat dianalisis menggunakan model statik untuk mengetahui karakteristik populasi pada saat itu.

e. Model Heuristik

Model heuristik sering digunakan dalam bidang kecerdasan buatan untuk memecahkan masalah yang kompleks dan tidak memiliki solusi pasti. Contohnya, algoritma genetika merupakan salah satu metode heuristik yang terinspirasi dari proses evolusi alam (Farkhan et al., 2013; Saragih et al., 2018).

#### 4. Langkah - Langkah Dalam Proses Simulasi

Simulasi merupakan alat yang powerful untuk menganalisis sistem kompleks. Prosesnya umumnya dimulai dengan mengidentifikasi sistem atau masalah yang ingin kita pelajari. Kemudian, kita membangun model simulasi yang merepresentasikan sistem tersebut. Setelah model selesai, kita akan memvalidasi model dengan membandingkannya dengan data dunia nyata. Selanjutnya, kita merancang berbagai skenario simulasi untuk menguji perilaku sistem dalam kondisi yang berbeda. Terakhir, kita menjalankan simulasi dan menganalisis hasil untuk mendapatkan kesimpulan.

#### 5. Pendekatan dalam Pemodelan Simulasi.

Proses implementasi model konseptual simulasi melibatkan translasi model ke dalam kode program menggunakan bahasa pemrograman yang sesuai dengan tujuan simulasi.

a. Pendekatan Event.

Pendekatan berbasis peristiwa adalah paradigma pemrograman yang sangat cocok untuk membangun aplikasi yang responsif dan interaktif. Dalam pendekatan ini, program tidak hanya menjalankan instruksi secara berurutan, tetapi juga secara aktif menunggu dan merespons kejadian-kejadian yang terjadi. Misalnya, dalam sebuah game, setiap aksi pemain seperti menekan tombol atau menggerakkan mouse merupakan sebuah peristiwa yang akan memicu eksekusi rutinitas tertentu. Dengan demikian, program dapat memberikan umpan balik secara real-time kepada pengguna.

b. Pendekatan Aktivitas.

Pendekatan aktivitas menawarkan perspektif yang berbeda dalam pemodelan sistem. Jika pendekatan peristiwa lebih fokus pada perubahan status individual, maka pendekatan aktivitas memberikan gambaran yang lebih holistik tentang bagaimana berbagai komponen dalam sistem saling berinteraksi dan bekerja sama untuk mencapai tujuan tertentu. Dalam pendekatan aktivitas, setiap kegiatan atau proses didefinisikan sebagai urutan langkah-langkah yang mengubah status sistem dari satu keadaan ke keadaan lainnya. Dengan demikian, kita dapat memperoleh pemahaman yang lebih mendalam tentang dinamika sistem secara keseluruhan (Soorya & Sreelatha, 2021)

c. Pendekatan Proses

Pendekatan proses menawarkan cara yang lebih holistik untuk memodelkan sistem. Dengan memfokuskan pada aliran kegiatan atau proses yang terjadi dalam sistem, kita dapat mendapatkan pemahaman yang lebih mendalam tentang bagaimana berbagai komponen saling berinteraksi dan berkontribusi terhadap tujuan sistem secara keseluruhan. Pendekatan ini sangat berguna untuk menganalisis sistem yang kompleks dengan banyak langkah dan keputusan yang

harus diambil, seperti sistem produksi atau sistem layanan (Ekoanindiyo, 2011; Gunawan et al., 2012).

## KESIMPULAN

Adapun kesimpulan dari permasalahan diatas adalah model stokastik untuk simulasi antrian biasanya melibatkan variabel acak yang menggambarkan kedatangan dan pelayanan pelanggan. Karakteristik utama dari model ini mencakup: 1) waktu antara kedatangan pelanggan sering kali mengikuti distribusi Poisson atau eksponensial. 2) waktu yang dibutuhkan untuk melayani pelanggan dapat mengikuti berbagai distribusi, seperti normal, eksponensial, atau gamma, tergantung pada sifat sistem, 3) ruang state dalam model antrian mencakup semua kemungkinan konfigurasi sistem, seperti jumlah pelanggan dalam antrian, status server (sibuk atau tidak), dan waktu yang tersisa untuk pelayanan. Ruang state ini dapat bersifat diskrit atau kontinu, tergantung pada jenis model yang digunakan, 4) parameter yang sering dianalisis dalam model antrian meliputi waktu tunggu rata-rata, panjang antrian rata-rata, dan tingkat pemanfaatan server, dan 5) metode simulasi yang paling tepat untuk diterapkan dalam konteks antrian sering kali adalah Simulasi Diskrit Waktu. Metode ini memungkinkan analisis yang lebih akurat terhadap dinamika sistem antrian dengan memperhitungkan kedatangan dan pelayanan secara terpisah.

Saran dari penelitian ini adalah Untuk meningkatkan efisiensi sistem antrian, disarankan untuk melakukan analisis mendalam terhadap distribusi waktu kedatangan dan pelayanan pelanggan. Penggunaan simulasi diskrit waktu dapat memberikan wawasan yang lebih akurat mengenai dinamika sistem dan membantu dalam pengambilan keputusan. Selain itu, optimalisasi parameter seperti waktu tunggu rata-rata dan tingkat pemanfaatan server dapat dilakukan untuk meningkatkan kinerja sistem secara keseluruhan. Implementasi teknologi otomatis dalam sistem antrian dapat meningkatkan akurasi pengumpulan data dan analisis. Penggunaan algoritma pembelajaran mesin dapat membantu dalam memprediksi pola kedatangan pelanggan dan mengoptimalkan alokasi sumber daya. Integrasi sistem antrian dengan platform digital dapat meningkatkan pengalaman pelanggan dan memungkinkan manajemen antrian yang lebih efisien.

## UCAPAN TERIMAKASIH

Peneliti mengucapkan terimakasih kepada Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat (LPPM) Universitas HKBP Nommensen Pematangsiantar atas terlaksananya penelitian ini dari awal hingga selesai dengan pendanaan yang diberikan di tahun 2024.

## REFERENSI

- Aji, S. P. and Bodroastuti, T. (2012) Penerapan Model Simulasi Antrian Multi Channel Single Phase Pada Antrian Di Apotek Purnama Semarang Applications of Multi Channel - Single Phase Simulation Model on the Queue At Semarang Purnama Pharmacy. *Jurnal Kajian Akuntansi Dan Bisnis*, 1(1), 1-16.
- Ameur, L. & Bachioua, L. (2021). Sensitivity analysis of queueing models based on polynomial chaos approach. *Arab. J. Math.* 10, 527-542. <https://doi.org/10.1007/s40065-021-00344-y>
- Amjath, M., Kerbache, L., Elomri, A., & Smith, J. M. (2024). Queueing network models for the analysis and optimisation of material handling systems: a systematic literature review. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 36(2), 668-709. <https://doi.org/10.1007/s10696-023-09505-x>
- Aziz, B., Pardede, A. M. H., & Nurhayati, N. (2022). Simulasi Antrian Pelayanan Masyarakat Dengan Metode Gamma Studi Kasus Dinas Sosial Kota Binjai. *JTIK (Jurnal Teknik Informatika Kaputama)*, 6(2), 485-494. <https://doi.org/10.59697/jtik.v6i2.219>

- Boxma, O., Heemskerk, M., & Mandjes, M. (2019). Single-server queues under overdispersion in the heavy-traffic regime. *Stochastic Models*, 37(1), 197–230. <https://doi.org/10.1080/15326349.2020.1840394>
- Bychkov, I., Kazakov, A., Lempert, A., & Zharkov, M. (2021). Modeling of railway stations based on queuing networks. *Applied Sciences*, 11(5), 2425. <https://doi.org/10.3390/app11052425>
- Di Pumpo, M., Ianni, A., Miccoli, G. A., Di Mattia, A., Gualandi, R., Pascucci, D., Ricciardi, W., Damiani, G., Sommella, L., & Laurenti, P. (2022). Queueing Theory and COVID-19 Prevention: Model Proposal to Maximize Safety and Performance of Vaccination Sites. *Frontiers in public health*, 10, 840677. <https://doi.org/10.3389/fpubh.2022.840677>
- Ekoanindiyo, F. A. (2011). Pemodelan Sistem Antrian Dengan Menggunakan Simulasi. *Dinamika Teknik*, V(1), 72-85. Retrieved from: <https://www.unisbank.ac.id/ojs/index.php/ft1/article/view/1129>
- Elalouf, A. & Wachtel, G. (2021). Queueing problems in emergency departments: a review of practical approaches and research methodologies. *Oper. Res. Forum* 3, 2. <https://doi.org/10.1007/s43069-021-00114-8>
- Emenonye, E. C., & Ehiwario, J. C. (2022). Queueing Theory in Solving Tele-Traffic Problem. *FUDMA JOURNAL OF SCIENCES*, 6(4), 191-194. <https://doi.org/10.33003/fjs-2022-0604-1063>
- Farkhan, F., Hendikawati, P., and Arifudin, R. (2013). Aplikasi Teori Antrian dan Simulasi pada Pelayanan Teller Bank. *Unnes Journal of Mathematics*, 2(1). <https://doi.org/10.15294/ujm.v2i1.1717>
- Fitri, E. (2009). *Simulasi antrian dan implementasinya*. Medan: USU
- Gamarnik, D. (2021). The overlap gap property: A topological barrier to optimizing over random structures. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 118(41), e2108492118. <https://doi.org/10.1073/pnas.2108492118>
- Guillemin, F., Remiche, M. A., & Sericola, B. (2020). Busy period, congestion analysis and loss probability in fluid queues. In V. Anisimov, & N. Limnios (Eds.), *Advanced Trends in Queueing Theory 1* (pp. 21-61). ISTE Editions. <https://doi.org/10.1002/9781119755432.ch2>
- Gunawan, S., Wahyuni, S. E., & Suharyanto, S. (2012). Kajian Panjang Data Historis yang Representatif pada Model Stokastik. *MEDIA KOMUNIKASI TEKNIK SIPIL*, 14(2), 129-141. <https://doi.org/10.14710/mkts.v14i2.2093>
- Kiangala, S. K. and Wang, Z. (2021). An effective adaptive customization framework for small manufacturing plants using extreme gradient boosting-XGBoost and random forest ensemble learning algorithms in an Industry 4.0 environment. *Machine Learning with Applications*, 4, 100024. <https://doi.org/10.1016/j.mlwa.2021.100024>
- Manik, R. S., Sirait, D. E., & Sianturi, R. (2024). Pengoptimalan Pelayanan pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) Menggunakan Model Antrian Multiple Channel Single Phase. *Bulletin of Community Engagement*, 4(2), 8–19. <https://doi.org/10.51278/bce.v4i2.1126>
- MZ, H., Pratiwi, I., Tamalika, T., and Husin, I. (2019). Analisis Sistem Antrian Dengan Metode Simulasi, *Jurnal Desiminasi Teknologi*, 7(1), 51–59. <http://dx.doi.org/10.52333%2Fdestek.v7i1.407>
- Pardede, A. M. H., Mawengkang, H., and Situmorang, Z. (2013). *Simulasi Antrian Kedatangan Berkelompok Dengan Pelayanan Weibull Oleh Banyak Server*. Medan: USU
- Pardede, A. M. H. (2018). Simulasi antrian pelayanan nasabah bank menggunakan metode hyperexponential. *Journal of Information System Development*, 3(1), 33-43. Retrieved from: <https://ejournal-medan.uph.edu/isd/article/view/163>

- Prakoso, I., Sofiana, A., Nurmalawati, S., Triyanto, R., Rendra, A. R., and Rosyid, A. A. (2023). Simulasi Antrian dalam Optimalisasi Layanan di Supermarket Rita Pasaraya. *Dinamika Rekayasa*, *19(1)*, 45-51. <http://dx.doi.org/10.20884/1.dr.2023.19.1.602>
- Rachman, T. (2016). Simulasi Model Antrian Optimal Loker Pembayaran Parkir, *Jurnal Inovasi*, *12(2)*, 72-85. Retrieved from: <https://ejournal.esaunggul.ac.id/index.php/inovisi/article/view/1919>
- Saini, B., Singh, D., & Sharma, K. C. (2024). Exploring the Role of Queueing Theory in Manufacturing: An Analytical Study. *International Research Journal on Advanced Engineering and Management (IRJAEM)*, *2(03)*, 256-266. <http://dx.doi.org/10.47392/IRJAEM.2024.0039>
- Saragih, C. A. P., Pardede, A. M. H., & Lumbanbatu, K. (2018). SIMULASI ANTRIAN PELAYANAN BANK DENGAN MENGGUNAKAN METODE GAMMA. *JTIK (Jurnal Teknik Informatika Kaputama)*, *2(1)*, 14-23. <https://doi.org/10.59697/jtik.v2i1.662>
- Sari, N. P., Sugito, S., & Warsito, B. (2017). Penerapan Teori Antrian Pada Pelayanan Teller Bank X Kantor Cabang Pembantu Puri Sentra Niaga. *Jurnal Gaussian*, *6(1)*, 81-90. <https://doi.org/10.14710/j.gauss.6.1.81-90>
- Shone, R., Glazebrook, K., & Zografos, K. G. (2021). Applications of stochastic modeling in air traffic management: Methods, challenges and opportunities for solving air traffic problems under uncertainty. *European Journal of Operational Research*, *292(1)*, 1-26. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.10.039>
- Soorya, S. D., & Sreelatha, K. S. (2021, April). Application of queueing theory to reduce waiting period at ATM using a simulated approach. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, *1145(1)*: 012041. <http://dx.doi.org/10.1088/1757-899X/1145/1/012041>
- Sugito, Prahutama, A., Warsito, B., Mukid, M. A., and Sari, N. P. (2017). Model Stokhastik Antrian Non Poisson Pada Pelayanan Perbankan. *Jurnal Statistika*, *5(1)*. <https://doi.org/10.26714/jsunimus.5.1.2017.%25p>
- Talukdar, S., Eibek, K. U., Akhter, S., Ziaul, S. K., Islam, A. R. M. T., & Mallick, J. (2021). Modeling fragmentation probability of land-use and land-cover using the bagging, random forest and random subspace in the Teesta River Basin, Bangladesh. *Ecological indicators*, *126*, 107612. <https://doi.org/10.1016/j.ecolind.2021.107612>
- Tannady, H. (2013). Simulasi Antrian\_ Suatu Tinjauan Konsep Pustaka. *JIEMS (Journal of Industrial Engineering and Management Systems)*, *6(1)*. <http://dx.doi.org/10.30813/jiems.v6i1.95>
- Utami, A. S. (2013). Simulasi Antrian Satu Channel Dengan Tipe Kedatangan Berkelompok. *Jurnal Generic*, *4(1)*, 49-56.